

Formas arquitectónicas: un modelo de investigación matemática

Conexiones entre el avance del diseño y el desarrollo científico-matemático

CARMELO ZAPPULLA

Resumen

In this paper, I will examine the relationships between architectural work and mathematical modelling. My purpose is twofold. Firstly, I will show and discuss some historical examples of connections between architectural design and use (sometimes unconscious) of mathematical models. I will then make some remarks on how mathematical modelling is instrumental in today's architectural work, providing startling new solutions to old problems.

1. Observaciones. Cómo trabaja el arquitecto

La historia de la arquitectura está llena de ejemplos en los cuales esta disciplina ha anticipado descubrimientos de estructuras y formas matemáticas, y ha realizado un amplio uso de estas. Evidentemente, se trata de ejemplos en los cuales la geometría se descubre y se utiliza intuitivamente, sin una sistematización matemática rigurosa. Y, sin embargo, este uso es, de alguna forma, consciente. Las iglesias góticas, las teselaciones árabes, los templos hindús, algunos asentamientos africanos, los patrones de Gaudí o ciertas obras de Frank Lloyd Wright, aun cuando no pueden ser considerados casos de un empleo riguroso de estos modelos desde un punto de vista matemático, son, sin duda, ejemplos de un uso consciente de ellos.

Las geometrías que estos han anticipado son, entre otras, la teselación sistematizada por Georgy Fedosevich Voronoy en 1908, los fractales formalizados por Benoît Mandelbrot a finales de 1970 y los cuasicristales de Roger Penrose fechados en 1974. Incluso el Partenón parece que haya anticipado, aunque la cuestión sea controvertida, las proporciones áureas euclidianas. No obstante, aunque en el momento de su aplicación arquitectónica, estas geometrías aún no hayan sido estudiadas formalmente, son geometrías que se encuentran fácilmente en la naturaleza. De hecho, sólo por aportar algunos ejemplos, la secuencia de

Fibonacci tiene estrecha relación con la filotaxis; los fractales describen formas naturales como las nubes, los árboles, los ríos, las montañas o las costas; el Voronoy representa la subdivisión celular de las hojas; la teselación de Penrose, algunos cristales...

En la naturaleza, se manifiestan algunas de las geometrías que he mencionado antes. Pero, ¿en qué modo se manifiestan? Por utilizar un lenguaje aproximado pero eficaz, se podría decir que la naturaleza hace una interpretación 'subjetiva' de tales geometrías, variándolas aunque sea solo mínimamente. El fractal arbóreo que encontramos en los ríos, en los árboles o en los sistemas nerviosos tiene infinitas declinaciones particulares relacionadas con elementos contingentes, que hacen variar el sistema geométrico, adaptando a las exigencias específicas todos factores que hacen que un árbol sea un árbol único o un río, un río único e irrepetible.

Se podría afirmar, por tanto, no sin cierta ingenuidad, que la matemática nos proporciona modelos abstractos e universales utilizándolos libremente, tomando en consideración unas condiciones físicas determinadas, la composición de la tierra, la cantidad de luz solar, la presencia de vegetación circundante y otros factores.¹

Lo que sucede en la naturaleza puede ayudar a aclarar un gran malentendido, que consiste en considerar que la arquitectura, una vez consciente de algunos modelos matemáticos, se convierte en esclava de ellos y se limita exclusivamente al empleo de estructuras geométricas. Hay que aceptar que un proceso de diseño sistémico, basado en la aplicación de geometrías avanzadas, no obliga al arquitecto a perder su propia independencia de pensamiento, pues este puede, en cualquier momento, salirse del proceso o modificarlo. Proceso que establece, como se ha visto, en cierto sentido, un diálogo en la naturaleza entre los elementos ideales de la geometría y la producción pragmática de la arquitectura.

Según Poincaré, hay infinitas 'geometrías verdaderas' en el mundo virtual. Pero, ¿también son verdaderas en el mundo real? Las matemáticas descubren un mundo virtual que representa la realidad y es el arquitecto quién debe interpretar este mundo para encontrar una manera de convertirlo en proyecto construible.²

Entonces, ¿cómo se produce este diálogo entre la geometría y la arquitectura? Estas geometrías "nuevas" ¿qué consecuencias tienen en el proyecto? Antes de dar una respuesta, deberíamos redefinir el concepto mismo de arquitectura. Un sistema que admite la presencia de vida, como Gregory Bateson señala, puede describirse en términos de variables interconectadas, en que las mutaciones de una variable producen cambios en todo el sistema.

Adoptando la visión batesoniana, quisiera definir aquí la arquitectura como un sistema complejo en el cual todos los factores clave están interconectados o, mejor dicho, son el resultado de la interacción entre caracteres endógenos y exógenos.

Endógenos son los aspectos geométrico-espaciales, artísticos, técnicos, funcionales... que son propios de la disciplina y que constituyen la base de todo proyecto arquitectónico. Por *exógenos* entiendo todos aquellos que generan el marco en el cual el proyecto toma forma y son propios del contexto social, ambiental y programático.

La arquitectura se manifiesta cuando los caracteres de ambas categorías interaccionan en una relación activa y dinámica. Si, entonces, consideramos la arquitectura como un sistema de factores interconectados, necesitaremos nuevas herramientas de proyecto, capaces de gestionar activamente sus características, herramientas que sean capaces de interpretar todos sus aspectos sociales, económicos y ecológicos.

Según estas indicaciones, el proyecto debe hacer uso de instrumentos flexibles, capaces de gestionar la interacción de las diversas componentes del proyecto, diagramas capaces de articular las diferentes interacciones programáticas y, finalmente, geometrías abiertas que operen como sistemas reactivos.³

Estos instrumentos son capaces de definir estructuras genéricas y, al mismo tiempo, de producir condiciones específicas a través de variaciones que deriven de la misma estructura geométrica. Por su naturaleza, son geometrías capaces de generar sistemas abiertos de relaciones, patrones que actúen como un tejido dinámico y reactivo.

Son patrones, debido a su naturaleza repetitiva y redundante, pero en la repetición se inserta la variación gradual que responde a condiciones específicas. Por tanto, son contrarios a las leyes geométricas apriorísticas que se imponen deterministamente, pero se adaptan según sean las características extrínsecas e intrínsecas del proyecto.

Son herramientas que generan coherencia aun en las declinaciones y variaciones, capaces de originar singularidad en el interior de un sistema de relaciones.

Seguidamente, quiero tomar en consideración tres ejemplos en los cuales la arquitectura se ha anticipado a los sistemas matemáticos, desconocidos en su época y que serían formulados miles de años después, hasta que finalmente han sido aplicados en la contemporaneidad.

2. El número φ en la historia de la arquitectura. Euclides y Fibonacci. Las proporciones áureas desde la antigua Grecia hasta Le Corbusier

La primera definición de la relación áurea fue formulada por Euclides en el 300 a.C., pero la historia de φ es más antigua y compleja, y su sentido geométrico se relaciona con diferentes figuras, como el rectángulo, el pentagrama (estrella de cinco puntas inscrita en un pentágono), la espiral, etc. Ahora bien, se puede demostrar que, en un pentágono regular, la relación entre

la diagonal y el lado equivale a φ . La misma propiedad tiene otra figura geométrica áurea (que es, probablemente, de las más frecuentemente utilizadas en la arquitectura), el 'rectángulo áureo', en el cual el cociente entre el lado mayor y el menor es igual a φ .

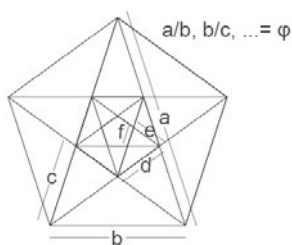


Figura 1. El pentagrama y las relaciones áureas del pentágono

Pero 'responsable' de la principal conexión entre el mundo natural y el número áureo es la sucesión de Fibonacci.⁴ El alcance extraordinario de esta sucesión abraza los campos más disparatados e impensables, que van de la óptica a la biología, pasando por la botánica, generando un sistema geométrico y matemático de interpretación. Es, de hecho, notorio que la disposición de las hojas en los vegetales, o filotaxis, sigue la sucesión de Fibonacci para permitir que las hojas ocupen posiciones para maximizar la exposición al sol, al aire y a la lluvia.

También en la *spira mirabilis*, denominada así por Jacques Bernoulli, espiral logarítmica con propiedad de autosimilitud, las relaciones con la relación áurea son muy estrechas. Una vez más encontramos este elemento geométrico en la naturaleza, en el nautilo, que crece en su concha construyendo habitaciones cada vez más grandes y abandonando y sellando aquellas inutilizables por ser demasiado pequeñas, pero también incluso en los organismos unicelulares como los foraminíferos, en los girasoles, en los huracanes, en las espirales galácticas... La espiral logarítmica también es conocida entre los arquitectos y los artistas, y en reiteradas ocasiones Leonardo da Vinci la ha evocado en sus estudios y pinturas. En su obra sobre el Diluvio, hay una serie enorme de croquis representando observaciones científicas de fuerzas destructivas que refieren la espiral logarítmica.

El primer caso en que la arquitectura se ha aproximado a las relaciones áureas se remonta a los griegos. Entre el 447 y el 432 a.C., el Partenón dedicado a Atenea, la diosa protectora de Atenas, se erige en la parte más elevada de la Acrópolis. El proyecto fue asignado a los arquitectos Ictino y a Calícrates, y las esculturas, a Fidias. Con respecto a la verdadera presencia del número áureo sobre la composición de la fachada, hay opiniones discordantes, y muchas de estas tienden a marcar que la relación áurea sólo sea fruto de interpretaciones forzadas posteriores. Parece, sobre todo, que algunas partes de la fachada no estén del todo contenidas dentro del rectángulo áureo que la circunscribe. Hay que considerar, en todo caso, que aunque la mayor parte de los teoremas matemáticos sobre la relación áurea hayan sido sistematizados posteriormente a la construcción del Partenón, los pitagóricos ya tenían los conocimientos adecuados sobre los cuales los arquitectos habrían podido fundar su proyecto.

Es cierto que la precisión de las matemáticas dista mucho de la práctica arquitectónica, y probablemente deberíamos analizar los dibujos originales del Partenón para

establecer si la intención de inscribir la fachada del templo dentro de un rectángulo áureo fue buscada conscientemente por los arquitectos. Son demasiadas las variables que pueden alterar las medidas de la base y la altura y, por tanto, aún más su cociente. Un caso que, en cambio, no deja lugar a dudas sobre el efectivo y buscado empleo de las proporciones áureas se halla en la obra de Le Corbusier y, en particular, en su Modulor.

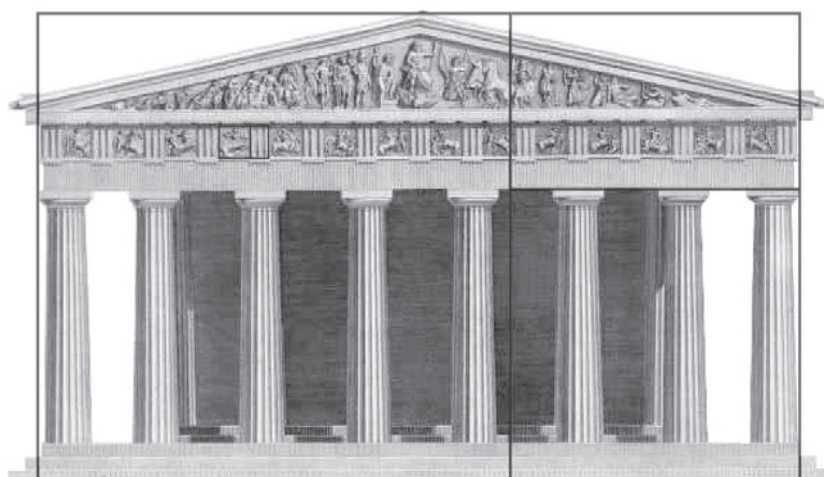


Figura 2. La fachada del Partenón y el rectángulo áureo

André Wogenschky⁵ afirma:

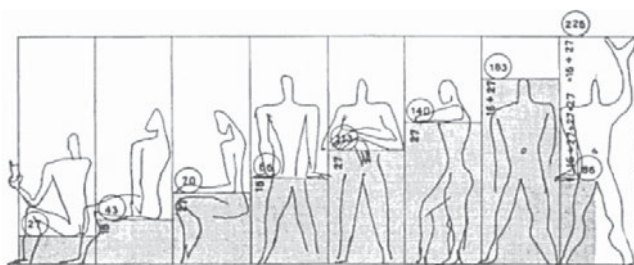
¿Qué es el Modulor? No es fácil contestar sin hacer referencia a la música. Se puede decir que el Modulor es una escala comparable a la musical, pero en lugar de ser una escala para los sonidos es una escala para las dimensiones espaciales. Estas dimensiones están reconducidas a segmentos de recta y, pudiendo multiplicarse entre ellos, determinan no sólo segmentos de línea sino también de superficie y de volumen.

En un primer momento, Le Corbusier se muestra escéptico acerca de la aplicación de la sección áurea en el arte, pues no quiere “reemplazar con la sección áurea la mística de la sensibilidad”, como aparece en los estudios de sus proyectos y pinturas efectuados por Roger Herz-Fischler. Hasta 1927, el arquitecto no emplea la relación áurea, pero al fin, probablemente como consecuencia de la lectura de los libros de Matila Ghyka,⁶ empieza a interesarse por los planos reguladores.

Estos últimos, útiles a la interpretación de la arquitectura antigua y necesarios para proporcionar los nuevos proyectos, generan la exigencia de elaborar una malla capaz de controlar todas las medidas según relaciones áureas. Sin embargo, la trama generada por Le Corbusier no era abstracta ni concebida siguiendo principios puramente matemáticos, sino que, retomando los estudios de Ghyka, fue diseñada según las principales dimensiones del cuerpo humano.

El Modulor es un sistema proporcional, basado en la figura humana, y estas dimensiones se revelan particularmente útiles en un período en que se impone la producción industrial; por tanto, definen las medidas de los espacios tal como la medida de los utensilios.

La impresionante presencia de ϕ en los campos más dispares, desde el arte hasta la música, la arquitectura o la naturaleza, ha confirmado indudablemente que ϕ genera relaciones numéricas que “funcionan”, que son capaces de proporcionar eficazmente las partes que responden a características físicas de disposición, según las leyes de la mínima energía. Tal vez esta tendencia de encontrar ‘proporciones áureas’ en los campos más variados ha generado una postura de la cual es necesario tomar distancia.



las formas rectangulares, probablemente se debe contestar que no. No parece existir ninguna base racional de la teoría estética que considere la sección áurea un ingrediente decisivo de la belleza de las formas visuales.⁷

A mi entender, el único valor indiscutible de la proporción áurea consiste en la relación dimensional que establece entre los elementos arquitectónicos, o bien en la capacidad de proporcionar elementos también heterogéneos, propiedad que está confirmada en el rectángulo áureo, en todas sus declinaciones, en el pentagrama y en la serie de Fibonacci.

Generalmente, en arquitectura se emplea el término *proporción* para indicar la relación entre las partes de un edificio, entre ellas y en su totalidad, según caracteres dimensionales y cuantitativos. También se utiliza para referirse a relaciones entre cosas que tienen una cierta armonía intrínseca.

Por tanto, en la proporción, el tamaño de un elemento no tiene ninguna importancia en términos absolutos. Lo relevante es el mayor o menor grado de equilibrio con respecto a las demás partes.

De ahí viene la importancia de la dimensión de las cosas con respecto al todo, de dar la "justa escala" a todos los elementos de la composición arquitectónica. Las relaciones entre los distintos elementos de una arquitectura no siempre están sometidas a leyes matemáticas. Es más, prevalentemente están relacionadas con la sensibilidad del arquitecto, desarrollada a través del análisis de obras existentes y del análisis empírico. Esta sensibilidad intuitiva se adquiere con el tiempo y la experiencia.

La tensión que se produce entre dos elementos en función de su distancia o de la repetición de un mismo objeto y su progresivo cambio de escala son operaciones compositivas que, por ejemplo, encontramos constantemente en los proyectos de arquitectos como Kazuyo Sejima + Ryue Nishizawa, Herzog & De Meuron, Jean Nouvel, RCR... los cuales no hacen ninguna referencia a proporciones definibles matemáticamente, aunque se pueda detectar el sentido de la proporción en la formalización de sus proyectos.

3. Los cuasicristales, signos de la matemática avanzada en la arquitectura medieval islámica. Penrose y los estudios de Olafur Eliasson

En la complejidad geométrica de las teselaciones islámicas medievales, los estudiosos han reconocido técnicas para construir los patrones de los cuasicristales.

These tiles enabled the creation of increasingly complex periodic girih patterns, and by the 15th century the tessellation approach was combined with self-similar transformations

to construct nearly perfect quasi-crystalline Penrose patterns, five centuries before their discovery in the West.⁸

Pero antes intentemos entender cuáles son las razones que han determinado un desarrollo matemático de las teselaciones en el mundo árabe, tratando de introducirnos en el mundo de las teselas geométricas. La iconoclasia en la cultura árabe y hebrea apuntó hacia la búsqueda de un arte abstracto y geométrico que culminó en el desarrollo de taraceas y decoraciones murarias. Probablemente, el resultado más elevado se alcanzó en el siglo XIV, con las teselaciones nazaríes de la Alhambra de Granada.

En geometría, las teselaciones del plano son formas de revestir completamente una superficie plana con un sola o más figuras geométricas, sin discontinuidades ni solapamientos.

Piergiorgio Odifreddi⁹ nos recuerda que, aunque el número de teselaciones sea ilimitado, su tipología es limitada y depende de las transformaciones siguientes: traslaciones a lo largo de una línea recta, reflexiones con respecto a una línea recta y rotaciones alrededor de un punto. Las reglas de las teselaciones siguen las de la cristalografía "clásica", que definieron las propiedades de los cristales y su estructura formal.¹⁰ Los grupos planares solo contienen simetrías rotacionales de 180°, 120°, 90°, 60°, es decir, de tipo axial, triangular, cuadrado y hexagonal.

En cambio, si probásemos de teselar el plano con un pentágono, nos percataríamos de que, tras incontables tentativas, siempre quedarían algunas oquedades. Por este motivo, se ha creído por mucho tiempo que ninguna teselación con una simetría quíntupla podría tener un orden repetitivo. En 1974, Roger Penrose, físico originario de Oxford, logró, por medio de dos esquemas de taracea de simetría pentagonal no exactamente periódicos, revestir ordenadamente el plano.

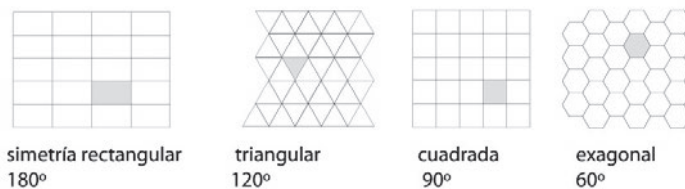


Figura 4. Los grupos planares admiten solo 4 simetrías rotacionales

Dichas teselaciones, denominadas *aperiódicas*, presentan una simetría cuasipentagonal. Por otra parte, a través de algunos movimientos, permiten que la estructura sea conducida hasta un estadio infinitamente próximo a coincidir consigo misma.

Muchos siglos antes de que fuera descubierta la estructura de los grupos cristalográficos, los artistas árabes desarrollaron sistemas empíricos para generar teselaciones periódicas del plano. Encontramos ejemplos de ornamentación periódica en todo el mediterráneo.

Como pone de manifiesto Owen Jones, una de las arquitecturas más interesantes por lo que respecta a la técnica del mosaico islámico es la Alhambra. Este ejemplo arquetípico nos permite deducir algunas generalidades de las características de los patrones decorativos islámicos.

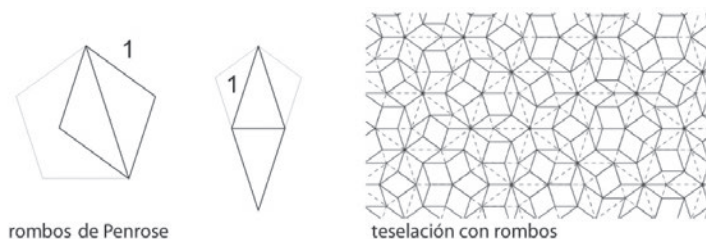


Figura 5. *Simetría pentagonal aperiódica de Penrose, 1974*

El método principal consiste en generar un sistema basado en la repetición, hasta el infinito, de un elemento geométrico que hace fluir las formas de modo ilimitado. Una de las figuras base en las teselaciones islámicas es el Khatem Sulemani o sello de Salomón.¹¹

Hay infinitos modos de combinar los elementos base de las teselaciones, de dotarlos de espesor, dimensión y relación. Pero es la habilidad para interpretar los elementos geométricos la que aporta el trabajo del arquitecto. No es el empleo de geometrías complejas lo que garantiza el nivel artístico de la obra, sino el modo en que estas geometrías se utilizan.

Las teselaciones de la Alhambra no son bidimensionales, sino que presentan una rugosidad, una tridimensionalidad que absorbe la luz, la filtra y la deja penetrar para convertirse en tejido geométrico. La estructura geométrica que deriva de un módulo base simple se interpreta en un patrón complejo que responde y se adapta a las diferentes exigencias del palacio. Los magníficos patrones reconocibles en la arquitectura islámica, así como en la Alhambra, son patrones periódicos con un excepcional nivel de complejidad geométrica y plástica. Los patrones periódicos, de todas formas, admiten el empleo de diecisiete grupos de simetrías, que ya fueron extensamente aplicadas en la arquitectura egipcia.

Lo que cambia en el arte islámico a partir del siglo xi es el empleo de la tecnología y de la conceptualización de los patrones, así como la introducción, a partir del siglo xv, de geo-

metrías cuasicristalinas, que fueron introducidas en el mundo occidental hace tan solo unos treinta años. A estas conclusiones ha llegado el joven investigador Peter Lu, de la Universidad de Harvard, con la colaboración de Paul Steinhardt, docente de la Universidad de Princeton.

A partir del 200 d.C., se distingue un nuevo concepto en la construcción de las teselaciones. El compás y la regla son sustituidos por el empleo de cinco teselas tipo *girih tiles*, que pueden repetirse y engendrar diferentes patrones, hasta casi aproximarse a las teselaciones de los cuasicristales de Penrose.¹² Ejemplos de este tipo se encuentran en el santuario Darb-i Imam, donde el gran patrón a líneas negras resultantes de la repetición de pocos decágonos y *bowties* es subdividido en patrones más pequeños, teselables con 231 *girih tiles*.

El método utilizado por esta teselación casi periódica es lo que Penrose define por *subdivisiones autosimilares*. Es más, Lu y Steinhardt subrayan que, aunque los arquitectos de aquel tiempo hayan tenido todos los elementos para construir patrones cuasicristalinos perfectos, cabe pensar que la comprensión de dichos elementos fuese incompleta.

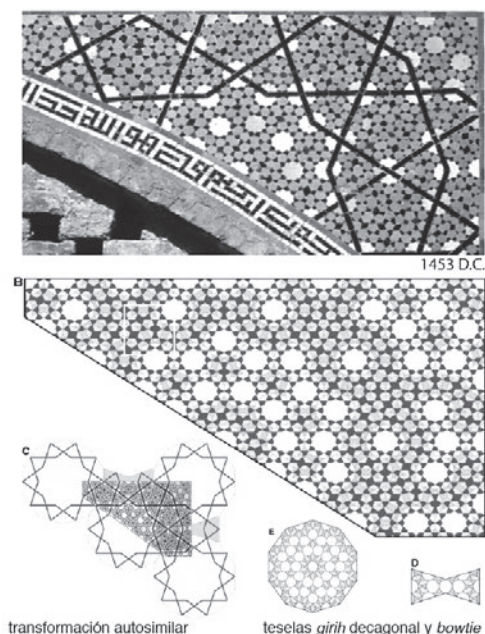


Figura 6. Santuario de Darb-i Imam, Isfahán, Irán.
Estudios de P. Lu y P. Steinhardt

Analizando en este punto la contemporaneidad, se podría decir que el empleo de teselaciones cuasiperiódicas ha alcanzado un nivel de conciencia considerable, como queda de manifiesto de manera ejemplar en la obra de Olafur Eliasson, artista que ha llevado a cabo, con un rigor eminentemente científico, una búsqueda geométrica profunda que le ha permitido desarrollar estructuras, geometrías, teselaciones..., las cuales ha traducido posteriormente en pabellones, instalaciones o superficies, ejecutados con un nivel de precisión característico de este artista. Por otra parte, las necesidades funcionales en sus obras arquitectónicas desembocan en la búsqueda constante de nuevas relaciones arquitectura-naturaleza y espacio-usuario, que multiplican los efectos sensoriales y la experiencia visual a través de reflejos, transparencias, diseño, luz o color. En este ámbito, la simetría penta-

gonal ha sido un instrumento decisivo para la definición de la estructura y la densidad de sus obras: *Sphere* (2003), *The Vanishing Walls* (2003), *5-Dimensional Pavillon* (1998) y *el Fivefold Tunnel*, entre otras.

A raíz de la colaboración con el matemático Einar Thorsteinn, surgen una serie de pabellones que derivan del estudio de la simetría pentagonal y que utilizan la teselación según las "líneas de Ammann".

Se recurre a la teselación no periódica típica de Penrose, de rombos agudos y obtusos, pero utilizando unas reglas de correspondencia tales que permiten producir una malla de líneas rectas que se extienden a lo largo de teselación completa. De hecho, las teselas romboidales presentan una regla de correspondencia definida por una 'ornamentación' de segmentos rectilíneos.

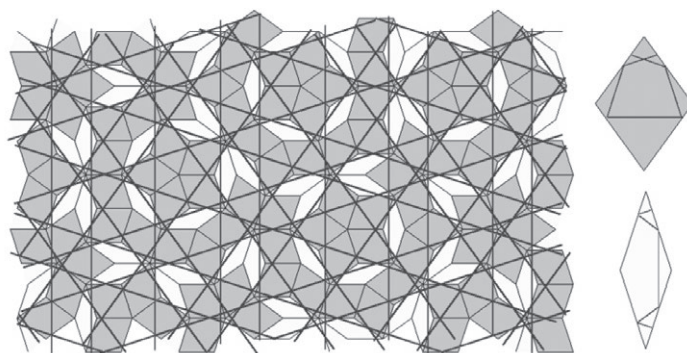


Figura 7. Simetría pentagonal aperiódica de Ammann.
Reglas de correspondencia a partir de la teselación de Penrose

La regla consiste en la condición impuesta a las teselas, consistente en disponerse de modo que los segmentos de una tesela coincidan con los de la tesela adyacente. De este modo, se forman cinco grupos de líneas que se intersecan en ángulos de 108° o de 72° (siguiendo los ángulos internos de los rombos obtusos de Penrose). A esta línea de investigación también pertenecen los trabajos sobre los *quasi-brick*, que también son resultado de la labor de Einar Thorsteinn, que en 1988 definió una teselación tridimensional 15SSDO, que supuso la conexión entre un espacio con simetría cuadrilateral y otro con simetría pentagonal.

La investigación llevada a cabo por el estudio de Eliasson permite explorar todas las potencialidades de la geometría tridimensional del espacio de simetría pentagonal, lo cual da

lugar a intervenciones de diversas escalas. La primera obra data del 2002 y toma el nombre de *Quasi Brick Wall*. Posteriormente, se desarrollan los *Soil Quasi Bricks* y la *Negative Quasi Brick Wall*, ambos de 2003.

En 2004, se suceden numerosos experimentos que resultarán determinantes para la realización, entre 2005 y 2006, de la primera estructura espacial de *quasi brick*, la fachada del Centro Nacional Islandés de Conciertos y Congresos. En este caso, los *bricks* pierden su materialidad y, aun manteniendo su geometría, transforman la fachada en una estructura tridimensional permeable y multifacética, que en su espesor contiene reflejos, transparencias y colores.

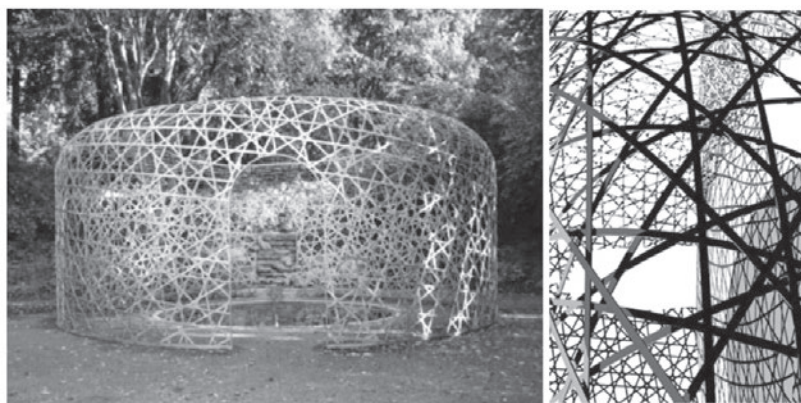


Figura 8. Olafur Eliasson, 5-dimensional pavillon (1998)

4. Los fractales, la autosimilaridad en la arquitectura sin arquitectos y los desarrollos de la última década. De Benoît Mandelbrot a Cecil Balmond

A finales del ochocientos, aparecen en matemáticas las denominadas *curvas patológicas*. Estos "monstruos", considerados tendencialmente inútiles y que ni siquiera se vieron reflejados en los libros de matemáticas son revalorizados y sistematizados por Mandelbrot, que funda y normaliza la geometría fractal, al mismo tiempo que deja constancia del extraordinario alcance, en términos aplicativos, que estos hallazgos matemáticos tienen.

Algunos ejemplos de fractales ya habían sido descritos, como se ha mencionado, con anterioridad a la obra de Mandelbrot. Entre ellos, cabe mencionar el conjunto de Cantor (1877), la curva Copo de Nieve de Van Koch (1904) y la curva de Peano (1890-1925).

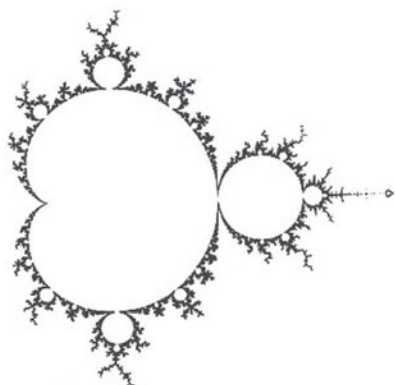


Figura 9. *Conjunto de Mandelbrot*

Todos ellos son objetos que desarrollan una estructura a partir de un algoritmo, un mecanismo de crecimiento repetido infinitamente. Si probáramos de interpretar geométricamente las nubes, los árboles, las costas o nuestro sistema nervioso, nos daríamos cuenta de que la geometría clásica lograría tan sólo ofrecernos torpes interpretaciones de su morfología, pero fracasaría en el intento de representarla.

Por el contrario, la geometría fractal opera a modo de geometría “inteligente”, capaz de producir formas activando mecanismos generativos complejos, activamente “conscientes” de sus procesos de “formación”. La generación de

un fractal, pues, reconstruye con extraordinaria fidelidad todo aquello que no es susceptible de ser representado por medio de estructuras geométricas clásicas. El crecimiento de un árbol o la formación de una costa, por ejemplo.

A continuación, enumeramos las características principales comunes a todos los fractales.

1. La primera componente es la definición *recursiva*. Los fractales son generados, de hecho, gracias a un proceso de formación cíclico en que el resultado de la primera iteración se convierte en el punto de partida de la consecutiva.
2. La repetición hasta el infinito de la operación generativa introduce otros dos aspectos propios de los fractales: el *procedimiento infinito* y la constitución de una *dimensión fractal*.

La dimensión es un parámetro que determina el grado de irregularidad de los fractales. Por otra parte, la recursividad de ejecución infinita de una operación es la responsable de alterar la cantidad de materia, volumen, superficie o longitud y, por tanto, de producir los consiguientes cambios dimensionales: tres de los sólidos, dos de las superficies o uno de las líneas.

3. Otro componente fundamental es la autosimilaridad. Las diversas partes de que está compuesto un objeto fractal, por ejemplo, un copo de nieve, si se examinan a diferentes escalas, son similares entre ellas.

Esta propiedad es muy común entre los objetos naturales, en los que pequeñas partes son similares a partes mayores y, finalmente, al objeto en su totalidad. Probablemente,

nos encontremos ante una característica fractal de consecuencias directas y evidentes en arquitectura. Podríamos destacar:

- Control sobre el cambio de escala
- Coherencia compositiva
- Adaptabilidad a la escala humana

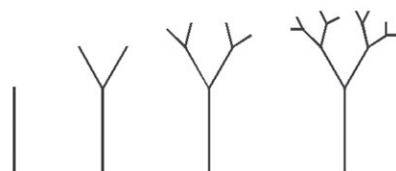


Figura 10. Generación de un árbol fractal

No obstante, la arquitectura nunca podría llegar a ser fractal en términos estrictamente matemáticos.

La fractal es, pues, una geometría asentada sobre caracteres como la reiteración infinita, que poco tienen que ver con la arquitectura, cuya escala es necesariamente limitada. Más bien, tal como ocurre en la naturaleza, podríamos hablar de *fractal-like architecture*. En este sentido, la arquitectura se apropiaría de sistemas de generación fractal, que permitirían la presencia de elementos de autosimilaridad, siempre dentro de un rango limitado.

Pero la idea de infinito aislada de la realidad física no será la única que distancie la arquitectura, o la naturaleza, de la geometría. Un árbol, por ejemplo, sigue de modo natural un proceso de crecimiento de sus ramas, que matemáticamente puede simplificarse por un diagrama en el cual cada tronco se bifurca en dos ramas, siguiendo simples reglas que reducen la longitud de las ramas y que determinan su ángulo de crecimiento.

Pero, como sabemos, dicho esquema formal de crecimiento, en la naturaleza, está sometido a toda una serie de condicionantes que harán que aquel árbol sea diferente de todos los demás, aun perteneciendo a una misma especie y siguiendo la misma ley de crecimiento fractal. La posición del Sol, el terreno, la presencia de otros árboles a su alrededor, su historial botánico y todos los elementos que generan su contexto físico y temporal, además de su patrimonio genético, tendrán un peso determinante en su 'interpretación' del sistema fractal.

En arquitectura sucede lo mismo. El arquitecto, en general, interpreta la geometría modelándola según las diferentes exigencias del proyecto, y la geometría fractal, por su naturaleza, se presta a gestionar estructuralmente los múltiples niveles del proyecto. De este modo, se produce una red de interacciones con los elementos contextuales, que a modo de tejido flexible engendra un sistema de relaciones capaces de componer las diferentes escalas del proyecto. Un claro ejemplo de ello es el modo en que las grandes vías de circulación de alta velocidad se transforman, de modo gradual, en infraestructuras de comunicación progresivamente más lentas, hasta derivar, partiendo de los medios de transporte rodado, en sistemas de transporte pasivos, como el desplazamiento a pie, con lo cual se reivindican la

escala humana y la antigua relación entre el tejido histórico de las ciudades y sus habitantes. Si observamos la estructura de algunos cascos antiguos, nos damos cuenta de que presentan jerarquías progresivas, en virtud de las cuales el cambio de escala trasciende el plano meramente funcional, hasta impregnar todos sus elementos, desde la naturaleza topográfica del asentamiento urbano hasta los pequeños objetos materiales, e igualmente se da una rica variedad de 'correspondencias' fractales entre las fachadas y el viario.

Por el contrario, cierta arquitectura del Movimiento Moderno y sus correspondientes aportaciones en términos de urbanismo están definidas por una calidad antifractal: un reducido número de "escalas" y ninguna reciprocidad entre ellas. En realidad, en el modelo urbano que empieza a confeccionarse a partir del Movimiento Moderno, observamos una supresión paulatina de las escalas menores. La ciudad moderna y el suburbio han perdido, en efecto, la conectividad entre las pequeñas escalas. Los urbanistas han concentrado sus esfuerzos en la red de grandes infraestructuras viarias o en las comunicaciones de velocidad media, y han obviado casi por completo los vínculos a escala humana. Lo expuesto anteriormente puede expresarse con eficaz sincretismo citando las afirmaciones de Nikos Salingaros:

*By eliminating the pedestrian path network of older cities, one loses the interactivity present in historical neighborhoods.*¹³

Las investigaciones sobre la conectividad de la forma urbana conducen a afirmar que las ciudades que mejor funcionan son aquellas que ofrecen un gran número de conexiones a todas las escalas, desde las vías peatonales y/o con circulación de vehículos de tracción humana, hasta las redes de tráfico reducido, pasando por las autopistas de alta velocidad, siguiendo todas ellas un esquema de árbol fractal. En las ciudades antiguas, encontraremos de hecho elementos de múltiples escalas y su cantidad será inversamente proporcional a su dimensión,

*...there must be smaller urban elements, in increasing numbers, down to the human.*¹⁴

Estas relaciones deberían extenderse también en el ámbito arquitectónico, en los porches, en las aberturas y hasta en los materiales.

*The modernist vision of megatowers set in enormous parks represents a fundamental violation of natural scaling laws.*¹⁵

Salingaros promueve la vuelta a una estructura urbana fractal que libere la ciudad contemporánea de la congestión y de la falta de relación con la escala humana. En este sentido, la geometría tiene una función estratégica organizativa que, a través de las propiedades escalares fractales, permite una gestión de los flujos urbanos más adecuados.

Volviendo a la historia, el etnólogo y matemático Ron Eglash ha documentado un uso igualmente extraordinario de los fractales en África. Según sus estudios, también en este caso el empleo de estas geometrías se adelanta cronológicamente a su sistematización en el mundo occidental. Durante las investigaciones llevadas a cabo en África, Eglash descubre que, en algunas ciudades del continente, la geometría fractal está presente no sólo en sus producciones arquitectónicas, sino también en sus rituales espirituales o en el empleo de la ornamentación. Concluye, finalmente, que incluso en algunos casos su aplicación no es sólo fruto de la mera intuición, sino que evidencia un conocimiento matemático enteramente consciente.

En el Sahel, por ejemplo, es habitual encontrar barreras de protección contra el viento con una morfología fractal. De este modo, mientras que en el resto del mundo las murallas son 'cartesianas', en África encontramos cercas no lineales con un comportamiento reactivo al contexto.



Figura 11. Barrera de protección, Sahel

Estos límites, ejecutados con cañas, presentan entramados que se densifican proporcionalmente a la intensidad del viento y a la lluvia que los golpea. Termodinámicamente, cuanto mayor es la distancia con respecto a la cota cero del terreno mayor es la energía eólica. Siguiendo enteramente este principio que los africanos comprueban de forma empírica, dichas barreras son más tupidas en la parte superior y, de acuerdo con un gradiente logarítmico, su calado aumenta a medida que nos aproximamos a la base.

En palabras del propio Eglash:

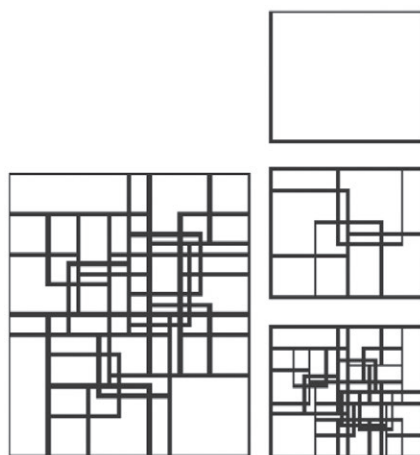
Esta gente hace un uso práctico de la tecnología escalar.¹⁶

Por citar otro ejemplo, en Camerún, el sistema de defensa del palacio del Miarre, en la ciudad de Logone-Birni, está pensado según una lógica fractal que se adapta perfectamente al sistema sociofamiliar vigente, de tipo patriarcal. Este gran complejo, construido de arcilla, se ha desarrollado por un proceso de crecimiento que, partiendo de la choza paterna, que ocupa una posición central, se va expandiendo con los habitáculos destinados a los hijos, que se establecen a su alrededor. Sucesivamente, se van añadiendo recintos rectangulares a los rectángulos preexistentes y, con frecuencia, los nuevos recintos comparten una o dos particiones para economizar la energía constructiva. El resultado es una estructura fractal generada por la iteración de rectángulos semejantes de escala progresivamente menor, que quedan contenidos unos dentro de otros.

Figura 12.
Ciudad de Logone-Birni, en Camerún. Palacio del 'Miarne'



Figura 13.
Modelo fractal del palacio del jefe. Primeras tres iteraciones del modelo fractal



Por otra parte, Baila (fundada antes de 1944), ubicada en la Zambia meridional, es un ejemplo de aldea en la cual la lógica fractal se combina de nuevo con la estructura social del asentamiento y con el resto de elementos presentes en el mismo.

La aldea es un gran anillo formado a su vez por otros círculos, que del mismo modo se materializan por medio de construcciones con forma circular. De esta manera, se generan figuras autosimilares, constituidas por estructuras circulares que se repiten a distintas escalas de manera recursiva. En la parte frontal, se encuentra la entrada con el cerco, seguida de los espacios de servicio del asentamiento, tales como almacenes, establos... Siguiendo

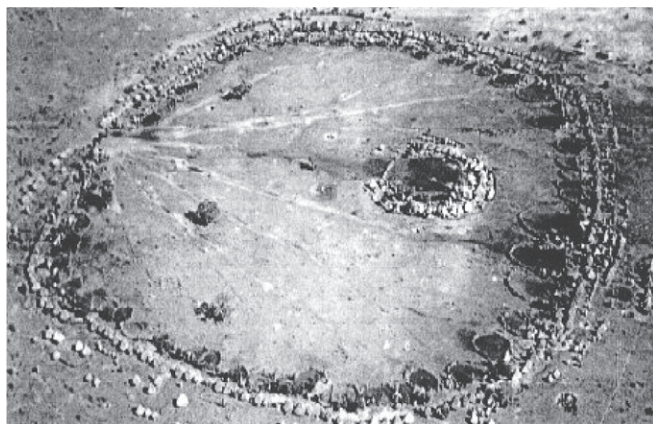


Figura 14. *Aldea de Baila, foto previa a 1944*

un gradiente de espacios arquitectónicos de dimensión creciente, se van disponiendo los usos domésticos más nobles, hasta llegar a las viviendas de tamaño mayor. Exento y ubicado en el centro del asentamiento, se encuentra un nuevo anillo, destinado a albergar el complejo familiar del jefe del poblado, en uno de cuyos extremos se encuentra la sala de gobierno del jerarca.



Figura 15. Primeras tres iteraciones del modelo fractal de la aldea de Baila

De esta forma, a través del empleo de la geometría circular y del gradiente dimensional, se materializa la dimensión física de la intrincada jerarquía social de la aldea.

Volviendo a la contemporaneidad occidental, la arquitectura de los últimos años parece que retoma el estudio de las relaciones entre las diferentes escalas y, probablemente, utiliza las geometrías fractales de manera más sofisticada y consciente. En 2000, Cecil Balmond funda la Advanced Geometry Unit (AGU), un grupo interdisciplinario de ingenieros, arquitectos, matemáticos y científicos dedicados a estudiar las aplicaciones arquitectónicas de los temas matemáticos y científicos más avanzados. Entre las geometrías más estudiadas dentro del AGU encontramos diversos modelos de fractales, como el *branching* o la alfombra de Sierpinsky. En particular, quisiéramos analizar dos proyectos relacionados con dos características fractales en las cuales son evidentes la recursividad y la autosimilaridad.

En primer lugar, exponemos el ejemplo de H_edge, instalación artística laberíntica configurada según la esponja de Menger,¹⁷ objeto fractal de dimensión 2,7, área nula, perímetro total de aberturas infinito y volumen incalculable.

Utilizar arquitectónicamente la esponja de Menger es un desafío que AGU interpreta de manera excepcional. Dicha geometría es empleada como un nuevo material arquitectónico, un nuevo instrumento para organizar el espacio. La materia se disuelve en el mismo momento de ocupar el espacio. Pero, ¿cómo se construye, según lo anterior, una esponja de Menger?

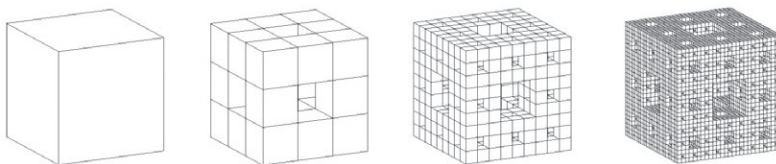


Figura 16.
Cuatro iteraciones
de la esponja de
Menger

AGU interpreta la construcción de manera fascinante, a través del uso de cadenas precomprimidas sobre las cuales se fijan 5.200 elementos de aluminio en forma de equis. Lo verdaderamente sorprendente es que las cadenas no están suspendidas del techo sino que, junto con los elementos en equis, se comportan como un objeto unitario apoyado en el suelo.

En este ejemplo, la geometría es estructura y ornamento al mismo tiempo y, como en la arquitectura gótica, vuelven a convivir dos elementos arquitectónicos aparentemente antitéticos.

El siguiente ejemplo es el pabellón de la Serpentine de 2002, proyectado por Toyo Ito, en que el proyecto se traduce en una geometría que es estructura, la cual, a su vez, se convierte en arquitectura. Los fractales ramificados, según Balmond, se pueden conseguir de dos modos: utilizando el algoritmo L-System o por una subdivisión recursiva de polígonos. En este pabellón se utiliza como polígono de generación un cuadrado y un simple algoritmo de subdivisión consistente en engendrar cuadrados que conectan $1/3$ de cada lado con $1/2$ del siguiente. Repitiendo esta regla siete veces, se consigue una espiral de cuadrados truncados. Finalmente, se extienden todas las líneas conseguidas, curvándolas desde el techo hacia los cerramientos.

Finalmente, una extrusión de estas líneas de 55 cm genera la estructura definitiva, cuyos intersticios resultantes serán revestidos con paneles metálicos de aluminio o de vidrio.

5. El proyecto arquitectónico y las matemáticas en la contemporaneidad

Llegados a este punto, resulta necesario realizar una reflexión conclusiva genérica para intentar entender de qué manera la arquitectura en la contemporaneidad se nutre de



Figura 17. Cecil Balmond, *H_edge*, Tokyo Opera City, 2010

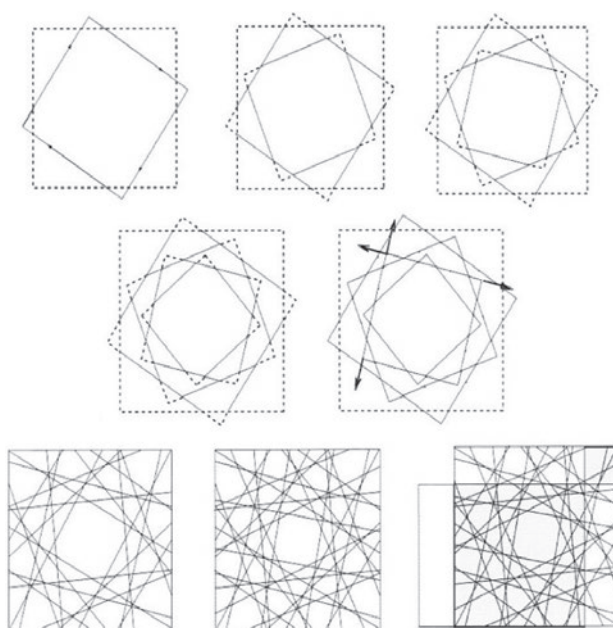


Figura 18. Fractal branching *obtenido por subdivisión recursiva de un cuadrado*

estructuras matemáticas. Como hemos visto, estamos lejos del enfoque del que tradicionalmente era objeto la matemática en las escuelas y facultades de arquitectura, afamada entre el alumnado por su aridez y su distanciamiento irreconciliable con los aspectos más 'creativos' del proyecto. Esta distancia usualmente es debida a dos prejuicios: el primero es que el proyecto de arquitectura es un acto de creación artística al que, en un segundo momento, se incorporan los aspectos científicos y objetivables. El segundo es que la matemática tiene un nivel de abstracción y de rigor que difícilmente se puede conciliar con la presunta 'arbitrariedad' de la arquitectura. Tales prejuicios pueden ser superados a través de la simple consideración de que la arquitectura es una disciplina que interpreta e integra niveles disciplinarios y conceptuales diferentes, coordinándolos dentro del proyecto: las relaciones espaciotemporales; el aspecto social, tecnológico, ambiental, ético, plástico...

Pickover, a mi parecer de modo magistral, evidencia cuán corta es la distancia entre arte y ciencia, al definirlos como ámbitos del conocimiento que comparten, a menudo, objetivos comunes. Igualmente, nos recuerda la proximidad entre figuras clásicas, como las de Pitágoras e Ictino en la antigüedad helénica. Con la computación gráfica, hoy esta distancia se ha reducido aún más si pensamos que artistas y hombres de ciencia utilizan instrumental científico para representar tanto elementos naturales como artísticos con simples algoritmos.¹⁸

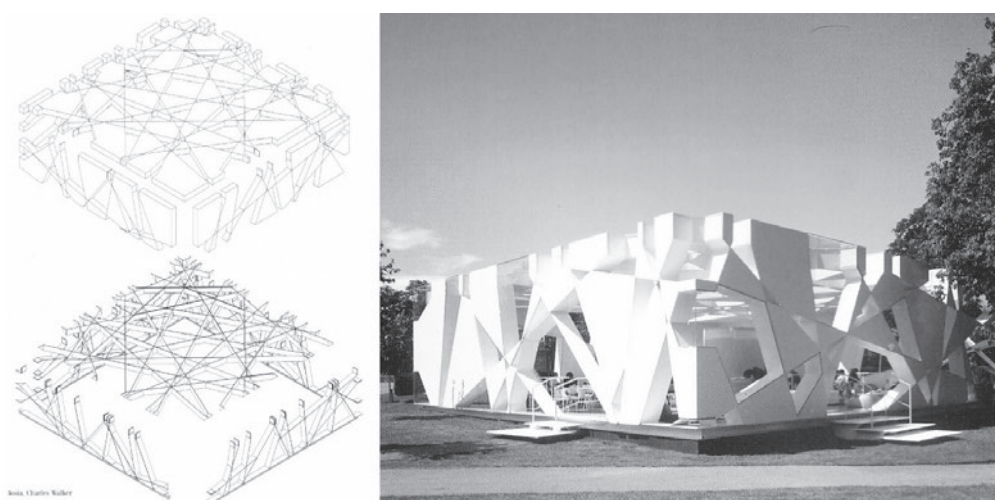


Figura 19. Toyo Ito y Cecil Balmond, *Serpentine Gallery Pavilion*, Londres, 2002

Es evidente que todas las problemáticas que pertenecen a la esfera arquitectónica no se pueden solucionar de manera “científica”, por así decirlo. El empeño ético, por ejemplo, no puede incluirse en la formulación matemática, pero el arquitecto puede utilizar las ciencias exactas para solucionar ciertas características del proyecto y aumentar sus potencialidades. Algunas estructuras geométricas son sistemas flexibles sobre los cuales se adhieren los distintos niveles del proyecto. Estas estructuras, que tienden a la generación de patrones, no son solamente sistemas de referencia con múltiples interpretaciones, sino que, por sí mismas, son elementos estructurantes, capaces de aumentar, por ejemplo, el rendimiento estructural, bioclimático u organizativo de la arquitectura.

Es también por estas potencialidades que entre los arquitectos existe una fascinación hacia los patrones. Por una parte, hay una investigación que tiende a formas de organización interdisciplinarias que invaden las universidades y los estudios de arquitectura. Algunos despachos, por su fuerte capacidad de atracción, logran dotarse de un área de investigación formal, tal como ocurre en Herzog & De Meuron, Unstudio o Zaha Hadid, que indagan constantemente en las potencialidades formales y organizativas de los patrones avanzados.

Ante el creciente nivel de especialización y complejidad de los distintos ámbitos disciplinares, otros estudios como Olafur Eliasson o AGU, por su carácter experimental, conforman grupos interdisciplinarios donde matemáticos, físicos, arquitectos e ingenieros colaboran en una investigación común. Cabe recordar que gran parte de la investigación de este tipo

nace en el ámbito universitario, en universidades fuertemente experimentales y prestigiosas como Columbia, Harvard, Princeton, Bartlett o Architectural Association, que intentan transferir los resultados de estas investigaciones a los estudiantes para que los puedan utilizar concretamente en su profesión.

Otro elemento evidente es la transformación progresiva de las herramientas mismas del arquitecto. La digitalización de los instrumentos ayuda a la manipulación de geometrías que, de otro modo, serían difíciles de controlar. Pero, ¿qué evolución han tenido tales instrumentos en relación con el método de proyecto? La informática aplicada ha experimentado un desarrollo tan vertiginoso en los últimos años que ha hecho impensable cualquier tipo de previsión sobre el futuro. Es sorprendente que esta evolución haya involucrado disciplinas como la arquitectura; es más, podemos distinguir tres etapas básicas en la evolución de los instrumentos del arquitecto. Son las siguientes:

Inicialmente, entre el final de la década de los ochenta y la mitad de la de los noventa, como en otros campos, los instrumentos digitales reproducían el trabajo analógico. Por su parte, el CAD ejecutaba lo que tradicionalmente se había delineado con escuadra y cartabón. Es decir, se seguía proyectando a través de una visión meramente diédrica de plantas y secciones. No obstante, el proceso de proyectar arquitectura introdujo una serie de 'perversiones' de los mecanismos ortodoxos de creación que pusieron en relieve nuevas potencialidades del proyecto, innovaciones únicamente posibles gracias al lenguaje protocolario propio del ordenador: copia-pegar, anular, el zoom.

Pero es entre la segunda mitad de la década de los noventa y los albores del nuevo siglo cuando se produce la irrupción definitiva de los programas de modelado en 3D, que pasan a desempeñar un papel decisivo en la generación del proyecto. En consecuencia, estos instrumentos de software pasan a influenciar fuertemente en el lenguaje formal arquitectónico. También aquí, si buscamos paralelismos con el mundo analógico, hallamos en la maqueta un mecanismo clásico de reproducción a escala de la tridimensionalidad del proyecto que podría equipararse al modelado digital. No obstante, a parte de la principal virtud de estos programas, que es su carácter tangible, el modelado 3D permite además verificaciones inmediatas y frecuentes sobre los diversos elementos del proyecto, así como simulaciones que aproximen al proyectista a la materialidad de la obra.

En los últimos años, la importancia que se da a los instrumentos digitales ha cambiado completamente. Esto ha permitido que el arquitecto configure sus propios instrumentos. Nos referimos a la manipulación de los *scripts* y a la elaboración de algoritmos matemáticos que permiten traducir la geometría en espacio. Esto ha sancionado la entrada de la computación gráfica en la arquitectura y, por tanto, de las geometrías computacionales, al tiempo que ha favorecido la difusión de fractales y teselaciones complejas, instrumentos

que se han incorporado de manera activa en el proceso de proyecto. Así, la elaboración o la manipulación de algoritmos para la generación de partes arquitectónicas ha llevado al arquitecto hacia una sistematización del proyecto y de sus parámetros que va desde la conceptualización hasta su realización técnica.

Por consiguiente, ciertas geometrías avanzadas capaces de representar la naturaleza (Voronoi, gradientes, triangulación de Delaunay, fractales, esponjas...), pese a ser conocidas desde hace décadas o incluso siglos, han logrado su máxima expresión con la llegada del ordenador. Evidentemente, este desarrollo se ha visto favorecido, sin duda, por características tan esenciales en ellas como la redundancia y la repetitividad. Estas geometrías son fácilmente manejables digitalmente, y es por ello que, en efecto, han entrado directamente en la esfera de interés de la geometría computacional, rama de la informática que estudia los algoritmos para solucionar problemas geométricos con el ordenador.

Lo que tienen en común estas geometrías es su capacidad de constituir patrones. Estructuras que reiteran un procedimiento y que tienen la fuerza de un sistema de relaciones variables, de un tejido que se adapta, gestiona, se impone y cambia según determinadas características externas. Son, por ello, geometrías abiertas. Por todo lo anterior, sin el empleo del ordenador y de ciertos programas, estas geometrías no habrían podido alcanzar el nivel de desarrollo que han logrado.

Los patrones tienen, evidentemente, unas potencialidades interesantes, y su empleo está generando una tendencia que se difunde por las innumerables publicaciones de arquitectura. Es necesario, en este punto, preguntarse qué es lo que motiva, en términos generales, este interés. ¿Es un enfoque riguroso lo que acerca los arquitectos a la matemática o es el fruto de una mera fascinación "estética"? ¿Es sólo la exigencia de generar un nuevo lenguaje plástico lo que empuja la investigación arquitectónica a alimentarse de las matemáticas? Y, lo que es más, ¿cuáles son las razones profundas, si las hay, que justifican el desafío lanzado por los arquitectos a geometrías tan complejas? A continuación, expongo mi opinión al respecto.

Personalmente, considero que el arquitecto ha de realizar un estudio interpretativo y no estrictamente riguroso de los procesos matemáticos, manteniendo el poder en todo momento del proceso sobre su propia independencia intelectual. Es por ello que las geometrías descritas anteriormente tienen una esencia eminentemente práctica e intuitiva. Ello las convierte en mecanismos dotados de una gran 'naturalidad', que pueden incorporarse fácilmente a diversas fases del proyecto.

Sin embargo, la importancia real de los patrones en la arquitectura contemporánea y las auténticas potencialidades implícitas en su uso no han logrado mantenerse a salvo de la

imagen frívola que la difusión mediática ha propagado de ellas. De este modo, se ha contribuido a difundir un empleo motivado por meras “tendencias” estilísticas y, por tanto, generador de proyectos superficialmente atractivos, pues se encuentran tan solo vinculados al uso de estas geometrías por vínculos marcados por las modas estéticas.

Si bien es indudable que recientemente se ha producido una excesiva popularización de la búsqueda de patrones, igualmente es incuestionable que el interés de la investigación arquitectónica contemporánea por la matemática es, por las razones descritas, absolutamente genuino. Innovar es uno de los legados más notables de las vanguardias, deseosas siempre de romper con el pasado, con cualquier tradición. Es un deseo que se potencia con la ambición constante de conducir las obras del presente hacia lo inédito. Indudablemente, esta orientación hacia la innovación permanece entre los arquitectos de hoy perfectamente inmutable. Al estar en la intersección entre varias disciplinas, la arquitectura, siempre atenta a las últimas novedades en el campo científico, tecnológico e igualmente artístico, se alimenta desde siempre de innovación y, en consecuencia, a menudo la investigación arquitectónica se vale de los hallazgos geométricos más recientes.

También es cierto que la arquitectura solicita conocimientos teóricos de la naturaleza precisa de la matemática, que no se prestan tan solo a una investigación autocomplaciente de la innovación, sino que proporcionan modelos que mejoran eficazmente su calidad y permiten resolver cuestiones estructurales, tipológicas o ecológicas. En tal propósito, es importante evidenciar que también la exigencia de responder a ciertos problemas ambientales ha suscitado un interés por emplear reglas morfogenéticas propias de la naturaleza. Los fractales, naturalmente, posibilitan interpretar estas reglas y permiten acercar el modo de proyectar al mundo natural.

Refiriéndonos nuevamente al mundo fractal, permiten también el control de escalas diferentes en el proyecto dentro de un mismo sistema generativo. Como Salingaros afirma, es necesario reivindicar la importancia de la geometría fractal como herramienta conceptual y operativa que devuelva la arquitectura y el urbanismo a la escala humana y que permita abrazar el gradiente de escalas indispensables para la constitución de una ciudad biofílica.

Otro aspecto que concierne a las potencialidades de los patrones es su capacidad para gestionar las relaciones entre las partes y, por tanto, la proporción que regula la dimensión relativa de una parte en relación con la otra, generando una coherencia formal con el todo. A través del alcance de esta coherencia formal, elementos distintos son reconocibles como pertenecientes al mismo sistema generativo, aunque se encuentren declinados dentro de un cuadro de variaciones. En conclusión, la matemática no enseña a proyectar, pero puede ayudar a proyectar mejor.

Conclusiones

Según Husserl, la geometría tiene una “objetualidad ideal” que el hombre interpreta con los instrumentos de la misma cultura histórica.¹⁹ Esto significa que no hay siempre un sustrato cultural que permita comprender las formas geométricas de un modo totalmente auto-consciente. Por ejemplo, en los casos vinculados sobre todo a la arquitectura vernácula, las formas se transmiten y se nutren de las operaciones humanas que consisten en transformar la materia en construcción.

Por tanto, son formas que cambian y se enriquecen con la técnica pero que distan de una formalización científica. Esto no impide que esta arquitectura tienda hacia geometrías complejas, aunque estas no hayan sido sistematizadas o no formen parte de una cultura científica. Y es precisamente en estos casos que el arquitecto es ‘geómetra’, en el sentido de inventor de la geometría, descubriendo los instrumentos geométrico-formales de sus obras a través de un método intuitivo, estético-funcional o simbólico.

Para quien se pregunte cómo ha sido posible que el arquitecto haya llegado a la concepción de ciertas geometrías por vías no ortodoxas matemáticamente hablando, la respuesta resulta lamentablemente bastante obscura.²⁰ Otras veces, el proceso sigue o ha seguido la trayectoria inversa (como desde hace siglos sucede en occidente); en estos casos, la investigación proyectual se basa en geometrías ya sistematizadas por el matemático.

De todos modos, el enfoque del arquitecto hacia los modelos abstractos, bien sea a través del empleo consciente de materiales formales ya conocidos o bien como ‘descubridor’, a menudo involuntario, de nuevas formas matemáticas, tal como sucedía en el pasado, creemos que debe expresarse con los términos descritos anteriormente. Lo ratificamos: la geometría tiene un papel determinante no solo como instrumento capaz de interpretar la realidad, sino sobre todo —y éste es el aspecto que nos interesa especialmente— por su poder controlador sobre el acto de plasmar la materia. Por ello, resulta significativa su relevancia en la delicada relación entre la parte artística y la científica de la arquitectura.

Pero, en definitiva, preguntémonos: ¿Para qué sirve tematizar, sistematizar este saber en el ámbito arquitectónico? Sirve esencialmente para comunicarlo, para introducir tal conocimiento en un sistema de relaciones interculturales que permita una evolución colectiva.²¹ Lo que cambia es, pues, la transmisibilidad, la posibilidad de hacer evolucionar un método sobre bases que desplazan constantemente sus objetivos.

Como corolario, cabe afirmar que lo que ganaremos será, básicamente, un efecto concreto en la experiencia cotidiana del arquitecto, es decir, un efecto mayor y culturalmente más preciso.

Notas

1. No es mi intención entrar a debatir delicadas e intrincadas cuestiones de ontología y epistemología de la matemática en este texto. Cuando digo que 'la naturaleza interpreta subjetivamente la matemática', no tengo la más mínima intención de aludir a la existencia de matemáticas de tipo 'platónico', no espacio-temporales y físicamente inertes, que la naturaleza incorpora en entidades físicas materiales. Esta es exclusivamente una metáfora cómoda, que sirve para introducir mi punto de vista sobre el enfoque que un arquitecto debería adoptar al respecto del repertorio de 'formas' utilizables en el proceso de diseño.
2. Para aclarar esta afirmación, exactamente como en la nota precedente, también aquí debo corroborar mi neutralidad filosófica con respecto a cualquier visión de la matemática, sea esta de naturaleza platónica o, como podría parecer que se sugiere aquí, 'ficcionalista'.
3. Cfr.: Najle C., "Teoría arquitectónica de los sistemas complejos", conferencia dictada en la Universidad de Buenos Aires, junio de 2008.
4. La sucesión 1, 1, 2, 3, 5, 8, 13... en la cual cada término es la suma de los dos términos precedentes, tiene estrecha correspondencia con la sección áurea; de hecho, procediendo a lo largo de la sucesión hacia números cada vez más altos, el cociente entre los elementos contiguos de la serie se aproximará cada vez más al número ϕ .
5. Wogenscky [1983], p.15.
6. "Esthétique des proportions dans la nature et dans les arts" y el siguiente, "Le nombre d'or: rites et rythmes pythagoriciens".
7. Livio [2003] p. 203.
8. Lu, Steinhardt [2007], p. 1106.
9. Odifreddi [1999].
10. En 1891, Fedorov clasifica las teselaciones respecto a la recta y el plano, y demuestra que para los frisos lineales sólo existen siete tipos diferentes de grupos de simetría, y diecisiete para las teselaciones del plano. En particular los triángulos, los cuadrados y los hexágonos permiten revestir el plano con una sola figura geométrica, creando un tema periódico.
11. Consiste en un motivo engendrado a partir de la superposición de dos cuadrados rotados 45° alrededor de su centro; después se considera la estrella perimétrica que adquiere espesor y se entrelaza una vez repetida y acercada a las otras.
12. Una de las innovaciones más interesantes en la aplicación de los *girih tiles* ha sido el empleo de las transformaciones autosimilares (subdivisión de grandes *girih tiles* en más pequeños) para engendrar patrones superpuestos con dos diferentes escalas.
13. Salingaros, [1999], p. 924.
14. *Ibid.*, p. 925.
15. *Ibid.*, p. 926.
16. Ron Eglash, [2007], min. 10,51.
17. Consideramos un cubo y lo dividimos en 27 cubitos iguales; de este modo, tendremos en cada cara 9 cubos. Eliminamos los 7 cubitos centrales y repetimos la misma operación sobre cada uno de los 20 cubos que quedan y reiteramos la operación infinitas veces. Conseguiremos la esponja de Menger, un objeto tridimensional e inmaterial al mismo tiempo, en que la tridimensionalidad adquiere aire, ligereza. La relación entre el número de objetos producidos, n ; el factor de reducción, f , y la dimensión está expresada por la fórmula: $n=(1/f)^d$
En la esponja de Menger la dimensión fractal se calcula del modo siguiente:

$$n = 20; f = 1/3$$

$$20 = 3^d$$

$$\log 20 = \log 3^d$$

$$d = 2,7266833028...$$
18. Pickover, [1995], p. 5.
19. Husserl, [2008], apéndice III al § 9 a.
20. Cfr.: *ibid.*
21. Esta consideración ha surgido a raíz de una conversación con el profesor Josep Muntañola i Thornberg, Barcelona, 2010.

Referencias

- BALMOND, C. *Cecil Balmond*. A+U Publishing Co., Ltd., Tokio, 2006.
- EGLASH, R. *African Fractals: Modern computing and indigenous design*. Rutgers University Press, New Brunswick, 1999.
- EGLASH, R. *I frattali africani*. TED (http://www.ted.com/talks/ron_eglash_on_african_fractals.html), 16,54 minuti, 2007.
- ELIASSON, O.; URSPRUNG, P. *Studio Olafur Eliasson: An Encyclopaedia*. Taschen, Köln, 2008.
- HUSSERL, E. *La crisi delle scienze europee e la fenomenologia trascendentale*, Il Saggiatore Tascabili, Milán, 2008.
- LIVIO, M. *La sezione aurea, storia di un numero e di un mistero che dura tremila anni*. BUR Biblioteca Univ. Rizzoli, Milán, 2003.
- LU, P. J.; STEINHARDT, P. J. "Decagonal and Quasi Crystalline Tilings in Medieval Islamic Architecture", *Science*, n. 315, pp.1106-1110, 2007.
- MUNTAÑOLA I THORNBURG, J. "Arquitectura y hermenéutica", *Arquitectonics*, 4, Ediciones UPC, Barcelona, 2003.
- ODIFREDDI, P. *La matematica del novecento, dagli insiemi alla complessità*. Einaudi, Turín, 2000.
- PICKOVER, C.A. *The Pattern Book: Recipes for Beauty*, World Scientific Publishing. Singapur, 1995.
- WOGENSCKY. *The Le Corbusier Archive*. Vol. 16, Garland, Nueva York, 1983.
- SALINGAROS, N. A.; WEST, B. J. "A Universal Rule for the Distribution of Sizes", *Environment and Planning B* 26, pp. 909-923, 1999.